

Оптимизация профилей пучков в дистанционной лучевой терапии

Климанов А.В., Климанов С.Г., Крянев А.В., Рубинский Д.А.,
Зражун А.Г.

Московский государственный инженерно-физический институт
(технический университет)

Проблема оптимизации профилей пучков дистанционной радиационной терапии опухолей рассматривалась в последние годы во многих работах [1-7].

В настоящей работе рассматривается постановка задачи оптимизации профилей интенсивности облучения как многокритериальной задачи и её численное решение с применением алгоритма конечного тонкого пучка и метода крупных элементов.

Постановка задачи оптимизации

В своей основе задача оптимизации профилей облучения принадлежит к классу многокритериальных задач поскольку в процессе оптимизации необходимо рассматривать несколько органов риска, для каждого из которых качество облучения характеризуется, например, средним отклонением доз облучения от нулевой дозы

$$I_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i \in V_k} d_i^2, \quad k=1, \dots, m. \quad (1)$$

В то же время для опухоли качество дозиметрического планирования характеризуется средним отклонением от дозы d_0 , определяемой клиническими показаниями пациента

$$I_0 = \frac{1}{n_0} \sum_{i \in V_0} (d_i - d_0)^2, \quad (2)$$

здесь

d_i - доза в i -ом вокселе;

V_k -объём k -го органа риска, $k=1, \dots, m$;

n_k - количество контрольных вокселей, принадлежащих k -му органу риска;

V_0 -объём опухоли;

n_0 - количество вокселей, принадлежащих опухоли;

m -количество рассматриваемых органов риска.

Целью оптимизации является минимизация совокупности целевых функций I_k , $k=0, 1, \dots, m$. Тем самым рассматриваемая задача оптимизации является многокритериальной.

Известно, что выбор оптимального решения для многокритериальных задач производится среди решений Pareto, которые устанавливают оптимальный компромисс между рассматриваемыми критериями.

Одним из способов получения решений Pareto является минимизация линейных комбинаций исходных критериев. Поэтому в настоящей работе физические целевые функции I взяты в виде

$$I = (1 - \alpha) \sum_{k=1}^m \frac{W_k}{n_k} \sum_{i \in V_k} d_i^2 + \frac{\alpha}{n_0} \sum_{i \in V_0} (d_i - d_0)^2, \quad (3)$$

где $0 < \alpha \leq 1$, $W_k > 0$, $\sum_{k=1}^m W_k = 1$, α - коэффициент компромисса облучения между опухолью и органами риска; W_k - коэффициенты компромисса облучения между органами риска.

Подходящие значения коэффициентов компромисса подбираются с учётом соотношений максимально допустимых доз для органов риска пациента.

Для постановки и численного решения задачи оптимизации профиля флюенса первичного пучка необходимо установить связь между вектором $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_N)^T$ управляющих параметров ψ_j флюенса и вектором доз $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)^T$ контрольных вокселей

$$\mathbf{D}\psi = \mathbf{d}, \quad (4)$$

где $\mathbf{D} = (D_{ij})$ - $(n \times N)$ дозовая матрица влияния;

D_{ij} - доза в i -ом вокселе от j -го сегмента поля (j -й группы пикселей);

n - общее число контрольных вокселей ($n = n_0 + n_1 + \dots + n_m$);

N - число сформированных крупных элементов (групп), определяющих профиль флюенса энергии пучка.

Метод решения задачи оптимизации

Метод крупных элементов даёт возможность существенно сократить число управляющих параметров за счёт объединения пикселей малых размеров в соответствующие крупные элементы (группы) с единым управляющим параметром интенсивности облучения для каждой из выделенных групп. Причём сокращение числа управляющих параметров не должно вызывать существенной потери точности решения задачи оптимизации [8,9].

Для формирования крупных элементов можно использовать различные схемы, например, конформное отображение границы проекции объёма опухоли V_0 на плоскость облучения. Тогда крупными элементами являются кольца конформного отображения границы проекции опухоли. Можно использовать другие схемы

формирования крупных элементов, в том числе многошаговые схемы.

При решении задачи оптимизации удобно использовать векторно-матричное представление целевой функции

$$I(\mathbf{d}) = (1 - \alpha) \sum_{k=1}^m \frac{W_k}{n_k} (P_k \mathbf{d}, \mathbf{d}) + \frac{\alpha}{n_0} (P_0 \mathbf{d}, \mathbf{d}) - \frac{2\alpha}{n_0} \mathbf{d}_0(\mathbf{p}_0, \mathbf{d}), \quad (5)$$

где $\mathbf{p}_0 = (0, 1, \dots, 1, 0)^T$ - вектор размерности n , i -ая компонента которого равна единице, если i -й воксель принадлежит объёму опухоли V_0 , и равна нулю в противном случае; $P_0 = \text{diag}(\mathbf{p}_0)$ - диагональная матрица. Аналогично определяются векторы \mathbf{p}_k и диагональные матрицы $P_k = \text{diag}(\mathbf{p}_k)$, соответствующие органам риска.

Заменяя в равенстве (5) вектор доз \mathbf{d} согласно равенству (4) на вектор флюенса облучения ψ , получаем представление целевой функции в виде

$$I(\psi) = \frac{1}{2} (C\psi, \psi) - (\mathbf{b}, \psi), \quad (6)$$

где $C = (C_{ij})$ - симметричная положительно-определённая матрица и $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)^T$ - вектор.

Для минимизации целевой функции $I(\psi)$ при ограничениях $0 \leq \psi \leq \psi_{\max}$ мы используем итерационный процесс

$$\varphi_j^{(r+1)} = \frac{1}{C_{jj}} (b_j - \sum_{i=1}^{j-1} C_{ij} \psi_i^{(r+1)} - \sum_{i=j+1}^N C_{ij} \psi_i^{(r)}), \quad (7)$$

$$\varphi_j^{(r+1)} = \max\{0, \varphi_j^{(r+1)}\}, \psi_j^{(r+1)} = \min\{\varphi_j^{(r+1)}, \psi_{\max}\}, j=1, \dots, N.$$

Расчет дозовой матрицы D и дозовых распределений по вокселям выполняются либо по модели тонкого луча, либо по модели конечного тонкого луча. В этих двух моделях использовались результаты расчетов энергетического ядра для тонких моноэнергетических источников в диапазоне энергий от 0.1 МэВ до 30.0 МэВ [10,11].

Заключение

Полученные численные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Итерационный метод (7) устойчив и быстро сходится к решению задачи оптимизации.
2. Используемый нами метод расчета дозового распределения обеспечивает достаточный уровень точности за приемлемое расчетное время.

3. Метод крупных элементов позволяет без существенной потери точности результата оптимизации существенно сократить число управляющих параметров задачи оптимизации.
 4. Применяемая нами схема оптимизации дозиметрического планирования обеспечивает получение максимально возможного равномерного дозового распределения с одновременным обеспечением назначаемых уровней доз в опухоли и в органах риска.
- Работа выполнена в рамках проекта МНТЦ 1079\99.

References

1. S.Webb. Optimization of conformal radiotherapy dose distribution by simulated annealing. *Phys.Med.Biol.*34,1990,pp.1349-1370.
2. A.Ahnesjo,M.Saxner, and A.Trepp.A pencil beam model for photon dose calculation. *Med.Phys.*,19,1992,pp.263-273.
3. J.D.Borland,E.L.Chaney. A finite-size pencil beam model for photon dose calculations in three dimensions. *Med.Phys.*19(6),1992,pp.1401-1412.
4. T.W.Holmes and T.R.Mackie. A comparison of three inverse treatment planning algorithms. *Phys.Med.Biol.*39,1994,pp.91-106.
5. A.Gustafsson, B.K.Lind, and A.Brahme. A generalized pencil beam algorithm for optimization of radiation therapy. *Med.Phys.*21(3),1994,pp.343-356.
6. J.Stein, R.Mohan, X.-H.Wang, T.Bortfeld, Q.Wu, K.Preiser, C.C.Lind, W.Schlegel. Number and orientations of beams in intensity-modulated radiation treatments. *Med.Phys.*24(2),1997,pp.149-160.
7. L.Hing, R.T.Hamilton, D.Spelbring, C.A.Pelizzar, T.Y.Chen, A.L.Boyer. Fast iterative algorithms for three dimensional inverse treatment planning. *Med.Phys.*25(10),1998,pp.1845-1849.
8. V.A.Klimanov, A.V.Krianev, and D.A.Rubinsky. Radiation therapy dose planning optimization based on the pencil beam algorithm and large-scaled elements method. Third "Medical Physics-97" international conference meeting reports theses,1997,Obninsk.

9. V.A.Klimanov, A.V.Krianev, and D.A.Rubinsky. Numeric solution for radiation therapy dose planning optimization problem based on the pencil beam algorithm and large-scaled elements method. *Physica Medica*,15,1999,p.166.
10. V.A.Klimanov,E.N.Donskoy,V.V.Smirnov,V.S.Troshin. Database of the energy deposition kernels for radiation therapy purposes. International conference “Nuclear data for science and technology proceeding, v.59,1997,pp.1704-1707.
11. V.A.Klimanov,E.N.Donskoy,V.V.Smirnov,V.S.Troshin,E.B.Kozlov. Energy deposition kernel for differential beams and pencil beams of photons. *Med. and Biomed.Engin. and Comput.*,35(2),1997,p.1112.